



# Próba wykorzystania metody Monte Carlo do prognozowania wydajności rozkroju płyt meblarskich na pilarcze panelowej CNC

## An attempt to use the Monte Carlo method to the cutting efficiency prediction of furniture boards on CNC panel saw

Jacek Wilkowski<sup>a,\*</sup>, *ORCID 0000-0001-5798-6761*  
Marek Barlak<sup>b</sup>, *ORCID 0000-0003-1416-7461*

<sup>a</sup>*Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Instytut Nauk Drzewnych i Meblarstwa, Katedra Mechanicznej Obróbki Drewna, ul. Nowoursynowska 159, 02-787 Warszawa, Polska*

<sup>b</sup>*Narodowe Centrum Badań Jądrowych Świerk w Otwocku, Departament Fizyki Materiałów, Zakład Technologii Plazmowych i Jonowych, ul. Andrzeja Sołtana 7, 05-400 Otwock, Polska*

\*Osoba do korespondencji: [jacek\\_wilkowski@sggw.edu.pl](mailto:jacek_wilkowski@sggw.edu.pl)

---

### Streszczenie

W artykule przedstawiono zastosowanie metody Monte Carlo w celu prognozowania wydajności rozkroju płyt meblarskich na przemysłowej pilarcze panelowej CNC. W modelowaniu wydajności procesu rozkroju wykorzystano rzeczywiste dane produkcyjne oparte na zleceniach z 50 godzin pracy przedsiębiorstwa świadczącego tego typu usługę. Zaproponowano dwa modele (strategie) rozkroju laminowanych trójwarstwowych płyt drewnopochodnych o grubości 18 mm i dla tych modeli testowano wydajności procesu zgodnie z metodą Monte Carlo. Pierwszy model - „materiałami”, dotyczył rozkroju w kolejności realizowanej ze względu na dekor laminatu płyty, drugi - „zleceniami”, uwzględniał czasową kolejność spływu zamówień do produkcji, oraz w ramach jednego zlecenia mógł realizować rozkrój różnych materiałów (dekorów). Każdy realizowany plan rozkroju był uprzednio optymalizowany ze względu na minimalizację odpadów i ponowne wykorzystanie reszty użytkowej w programie Cut Rite. W trakcie rozkroju stosowano stałe parametry skrawania. Modelowanie Monte Carlo przeprowadzono w środowisku programistycznym Matlab R2022b. Otrzymane w metodzie Monte Carlo wydajności rozkroju wykazywały średni 39% błąd względny niezależnie od przyjętej strategii rozkroju (materiałami lub zleceniami). Był on wynikiem odbiegania wartości parametru modelu rzeczywistego od rozkładu normalnego, a metoda Monte Carlo pozwala modelować

procesy, których przebieg zależy od czynników przypadkowych, czyli jest zgodna z rozkładem normalnym.

## Abstract

The paper presents the application of the Monte Carlo method to predict the efficiency of cutting furniture boards on an industrial CNC panel saw. In modelling the efficiency of the cutting process, real production data based on orders from 50 hours of work of a company providing this type of service was used. Two cutting models (strategies) of laminated three-layer wood-based panels with a thickness of 18 mm were proposed and for these models the efficiency of the process was tested according to the Monte Carlo method. The first model - "materials", concerned cutting in the order carried out due to the decor of the board laminate, the second - "orders", took into account the time sequence of orders for production, and within one order it could cut different materials (decors). Each implemented cutting plan was previously optimized due to the minimization of waste and the reuse of usable rest in the Cut Rite program. Constant cutting parameters were used during cutting. Monte Carlo modelling was carried out in the Matlab R2022b programming environment. The cutting efficiencies obtained in the Monte Carlo method showed an average relative error of 39%, regardless of the cutting simulation strategy adopted (materials or orders). It was the result of the deviation of the parameter value of the real model from the normal distribution, and the Monte Carlo method allows modelling processes whose course depends on random factors, that is, it follows a normal distribution.

**Słowa kluczowe:** wydajność rozkroju, materiały drewnopochodne, pilarka panelowa CNC, metoda Monte Carlo

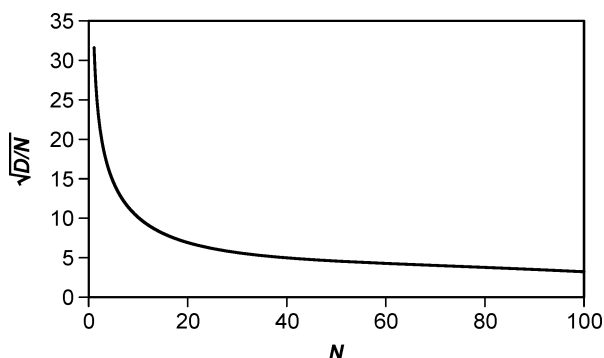
**Keywords:** cutting efficiency, wood-based material, CNC panel saw, Monte Carlo method

## Wprowadzenie

Pierwsze próby statystycznych obliczeń, które doprowadziły w efekcie do opracowania metody Monte Carlo podjął w 1946 roku Stanisław Ulam, podczas przemysłów dotyczących układania pasjansa. Był polskim matematykiem, przedstawicielem lwowskiej szkoły matematycznej (wspólnie ze Stefanem Banachem, Hermanem Auerbachem, Markiem Kacem, Kazimierzem Kuratowskim, Stanisławem Mazurem, Władysławem Orliczem, Hugo Steinhausem i in.) i współtwórcą amerykańskiej bomby termojądrowej. Gdy przekazał swoje pomysły przyjacielowi z projektu Manhattan z Narodowego Laboratorium Los Alamos - Johnowi von Neumannowi, węgierskiemu matematykowi, twórcy teorii gier, teorii automatów komórkowych i jednego z pionierów informatyki, ten wpadł na pomysł wykonania próbkowania w tej metodzie przy użyciu nowo opracowanych elektronicznych technik obliczeniowych. Dopiero po zastosowaniu komputerów, metoda Monte Carlo stała się

całkowicie uniwersalną metodą, gdyż ręczne modelowanie zmiennych losowych jest zadaniem bardzo pracochłonnym. To dlatego za twórców metody uznaje się Stanisława Ulama i Johna von Neumanna, a za datę jej powstania uznaje się rok 1949, czyli rok publikacji artykułu pt.: „The Monte Carlo method” w „Journal of the American Statistical Association”, autorstwa Stanisława Ulama i Nicholasa Metropolisa (Metropolis i Ulam 1949).

Przebieg metody Monte Carlo zachodzi w dwóch fazach. W pierwszej buduje się algorytm realizacji jednego zdarzenia losowego. W drugiej, zdarzenie to powtarza się  $N$ -razy, tak by każdy eksperyment był niezależny od poprzednich i wyniki wszystkich doświadczeń uśrednia się. Stąd, druga nazwa metody - metoda prób statystycznych (Sobol 2017). W metodzie tej obserwuje się zbieżność wyników proporcjonalną do  $\sqrt{D/N}$ , gdzie  $D$  jest pewną stałą, a  $N$  jest liczbą prób (Rys. 1).



**Rys. 1.** Zbieżność wartości wyników ze wzrostem liczebności próby statystycznej w metodzie Monte Carlo  
**Fig. 1.** The convergence of the result values with an increase in the statistical sample size in the Monte Carlo method

Należy pamiętać, że metoda Monte Carlo pozwala modelować dowolne procesy, których przebieg zależy od czynników przypadkowych. Ponadto, w wielu matematycznych problemach, niezwiązanych z przypadkowością udaje się wymyślić sztuczny model oparty na losowości, pozwalający rozwiązać te problemy. Szczególnie interesujące jest to, że można odstąpić od modelowania rzeczywistego procesu losowego, rozpatrując zamiast niego model sztuczny (Forsyth i in. 1977).

Metoda Monte Carlo znajduje zastosowanie przy optymalizacji i modelowaniu różnych procesów produkcyjnych również związanych z maszynową obróbką wiórową (Kahraman i in. 2019, Benardos i Vosniakos 2003). Może być użytecznym narzędziem predykcji sił skrawania i trwałości narzędzi podczas obróbki płyt drewnopochodnych (Wilkowski i in. 2019), pod warunkiem zachowania rozkładu Gaussa przez wartości prognozowanej cechy. W przypadku trwałości narzędzi np. z ostrzami WC-Co podczas frezowania materiałów drzewnych rozkład może istotnie odbiegać od normalności, co wyklucza zastosowanie tej metody (Wilkowski i in. 2021).

## Cel i zakres pracy

Celem pracy była ocena dokładności prognozowania wydajności rozkroju standardowej płyty meblarskiej o grubości 18 mm na przemysłowej pilarsce panelowej CNC z wykorzystaniem metody Monte Carlo. Model wydajnościowy rozkroju zbudowano w oparciu o rzeczywiste dane produkcyjne. Każde piłowanie pojedynczej płyty poprzedzone było wygenerowaniem w programie Cut Rite zoptymalizowanego planu rozkroju, według którego prowadzono obróbkę. Zaproponowane modele rozkroju laminowanych trójwarstwowych płyt drewnopochodnych uwzględniały dwa warianty rozkroju: a) materiałami, czyli rozkroju w kolejności realizowanej ze względu na dekor laminatu płyty, b) zleceniami - rozkroje różnych materiałów w ramach kolejnych zleceń. Modelowanie Monte Carlo przeprowadzono w środowisku programistycznym Matlab R2022b.

## Materiały i metodyka badań

Jak wspomniano wcześniej, model wydajności rozkroju budowano w oparciu o rzeczywisty proces realizowany w warunkach przemysłowych w małym przedsiębiorstwie usługowym, na obrabiarce CNC Homag Sawteq B-300, pokazanej na Rys. 2. Piłowano typową płytę meblarską, czyli laminowaną trójwarstwową płytę wiórową firmy Swiss Krono o wymiarach 2800×2070×18 mm<sup>3</sup>.



**Rys. 2.** Pilarka panelowa CNC Homag Sawteq B-300  
**Fig. 2.** CNC panel saw Homag Sawteq B-300

Rozkrój płyt poprzedzony był przeprowadzeniem optymalizacji rozkroju w programie Cut Rite. Zadaniem optymalizacji było wygenerowanie planów rozkroju z jak najmniejszą ilością odpadów produkcyjnych oraz jak największą resztą użytkową, możliwą do wykorzystania w kolejnych rozkrojach. Przykładowe wygenerowane plany rozkroju pokazano na Rys. 3.

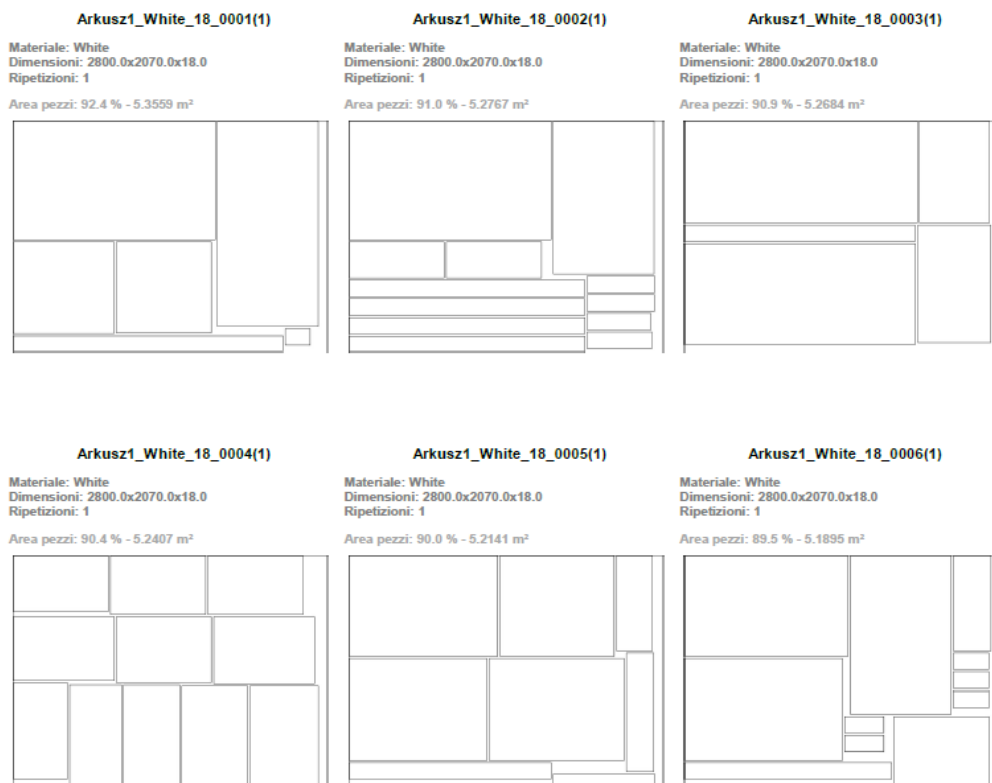
Przed przystąpieniem do analizy wydajności rozkroju płyt meblarskich należy rozróżnić dwa kluczowe pojęcia związane z problematyką wydajnościową. Pierwszym z nich jest

liniowa wydajność rozkroju  $Q$ , która określa długość krawędzi obrobionej w jednostce czasu i odpowiada ona prędkości posuwu  $u$  (m/min).

Drugim pojęciem jest wydajność procesu rozkroju płyt  $W$ , zwana również wydajnością produkcyjną lub wydajnością jednostkową. Określa ona liczbę operacji wykonanych w jednostce czasu i może być wyznaczona z zależności:

$$W = 1/t_j = 1/(t_m + t_n) = 1/t_n(1 + t_m/t_n) \quad (1)$$

gdzie:  $W$  - wydajność rozkroju w formatek/min, formatek/zmianę,  $t_j$  - czas jednostkowy obróbki w min., składający się z czasu maszynowego  $t_m$  i czasów niemaszynowych  $t_n$ , związanych z koniecznymi przestojami obrabiarki spowodowanymi takimi czynnościami, jak np.: założenie płyty przed skrawaniem i zdjęcie formatek po rozkroju, obracanie elementów z cięć wzdłużnych do cięć poprzecznych w trakcie obróbki, wymiana narzędzia, itp.



**Rys. 3.** Przykładowe zoptymalizowane plany rozkroju zrealizowane w warunkach przemysłowych  
**Fig. 3.** Examples of optimized cutting plans realized in industrial conditions

Z przytoczonej zależności we wzorze (1) wynika, że wzrost wydajności obróbki można osiągnąć w dwojaki sposób: przez skrócenie czasu maszynowego obróbki, co jest jednoznaczne ze zwiększeniem wydajności skrawania oraz przez skrócenie czasów pomocniczych. Wzrost wydajności obróbki przez skrócenie czasu maszynowego (na przykład przez zwiększenie posuwu lub prędkości skrawania) jest bardziej efektywny przy większych wartościach stosunku  $t_m/t_n$ , natomiast przy mniejszych wartościach tego stosunku można zwiększyć wydajność w sposób bardziej efektywny, przez skrócenie czasów niemaszynowych, związanych ze sposobem i czasem dostarczenia przedmiotu do obróbki, jego zamocowania na obrabiarce, jego manipulacją w trakcie rozkroju, czasem wymiany narzędzia, itp.

Analizując wpływ czasu maszynowego i liniowej wydajności rozkroju na wydajność obróbki należy zauważyć, że nadmierne skrócenie czasu maszynowego, tj. nadmierny wzrost wydajności skrawania, może spowodować tak znaczny wzrost czasów niemaszynowych (związanych z wymianą narzędzi, gdyż wyższa prędkość skrawania powoduje szybsze zużywanie się narzędzi skrawających), że doprowadzi do spadku wydajności obróbki.

Idąc powyższym tokiem rozumowania określono maksymalną liniową wydajność rozkroju  $Q_l$  odpowiadającą maksymalnej prędkości posuwu  $u$  (m/min) narzędzia podczas rozkroju płyt drewnopochodnych na pilarcie panelowej (Rys. 2). Parametry wejściowe rozkroju oraz maksymalną liniową wydajność rozkroju przedstawiono w Tabeli 1.

**Tabela 1.** Parametry wejściowe rozkroju płyt zastosowane podczas obróbki

**Table 1.** Panel cutting input parameters used during machining

<b>Parametry obróbki i liniowa wydajność rozkroju</b>	<b>Homag Sawteq B300</b>
Maksymalny posuw na ząb (mm)	0,1
Srednica narzędzia (mm)	350
Liczba ostrzy w narzędziu (szt.)	72
Maksymalna prędkość obrotowa narzędzia (rpm)	5500
<b>Maksymalna liniowa wydajności rozkroju <math>Q_l</math> (m/min)</b>	<b>39,6</b>

Zestawione w Tabeli 1 parametry wejściowe rozkroju płyt drewnopochodnych na pilarcie panelowej wskazują, że przy standardowym narzędziu o średnicy 350 mm i liczbie zębów piły równej 72 szt. wydajność ta wynosi niecałe 40 m/min. Po zastosowaniu narzędzia ze 108 zębami, wydajność liniowa wzrośnie do około 60 m/min. Zatem ograniczenie wydajności liniowej, jak wynika z powyższej analizy, nie jest związane z możliwościami napędu obrabiarki (pilarka Homag Sawteq B 300 ma maksymalny posuw narzędzia równy 130 m/min) leczy uwarunkowań wynikających z procesu skrawania dotyczących dopuszczalnych limitów parametrów obróbki (grubości wióra, posuwu na ząb) dla narzędzia i materiału obrabianego.

Kolejną ważną kwestią, na którą należy zwrócić uwagę jest to, że liniowa wydajność rozkroju nie uwzględnia efektywności operacyjnej związanej z czasami niemaszynowymi, nie związanymi z obróbką, a dotyczącymi np. czasu dostarczenia płyty do rozkroju,

manipulacji elementami podczas obróbki, wymiany narzędzia, itp. Dlatego w modelu wydajności rozkroju płyt w czasie jednej zmiany roboczej (wzór nr 2), czyli przez 8 godz. pracy maszyny, tzw. wydajność zmianowa  $W_z$  uwzględniono wskaźnik efektywności rozkroju  $E_r$ . Wskaźnik ten przyjmuje bezmianowe wartości z zakresu (0;1).

$$W_z = (u \cdot E_r \cdot 480) / S_{ju} \quad (2)$$

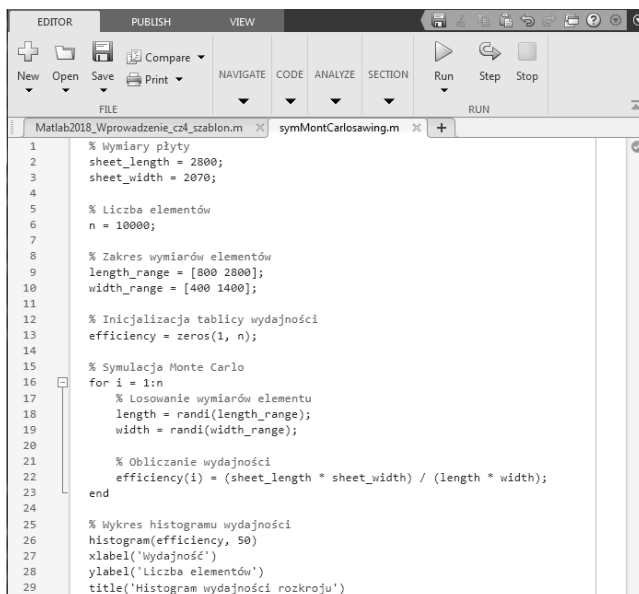
gdzie:  $W_z$  - wydajność zmianowa w (formatek/zmianę),  $u$  - prędkość posuwu w (m/min) odpowiadająca maksymalnej liniowej wydajności skrawania  $Q_l$ ,  $E_r$  - wskaźnik efektywności rozkroju,  $S_{ju}$  - jednostkowa droga posuwu narzędzia (m/formatkę), uwzględniająca drogę narzędzia wyrażoną w (m) podczas rozkroju 1 formatki.

Jednostkowa droga posuwu narzędzia wynika z wielkość formatek po rozkroju, gdyż odpowiada sumie podwojonej długości i szerokości formatki, czyli obwodowi rzutu formatki na płaszczyznę XY sterowania CNC. Oczywiście do wzoru podstawiana była wartość średnia jednostkowej drogi posuwu narzędzia  $S_{ju}$  dla całego zestawu formatek po rozkrojach płyt przeprowadzonych w przedsiębiorstwie w trakcie 50 godz. pracy maszyny.

Ponieważ po przeprowadzonych rozkrojach w przedsiębiorstwie znana była wydajność zmianowa, można było na podstawie wzoru nr 2, po jego przekształceniu wyliczyć jedyną niewiadomą, czyli wartość wskaźnika efektywności rozkroju  $E_r$ . Przyjęto, że wartość ta jest stała dla badanego systemu produkcyjnego, ale obliczana jest niezależnie dla dwóch wariantów rozkroju:

- a) materiałami, czyli rozkroju w kolejności realizowanej ze względu na dekor laminatu płyty,
- b) zleceniami - rozkroje różnych materiałów w ramach kolejnych zleceń.

Pomimo realizacji rozkrojów płyt na ponad 7000 formatek przez 50 godz. pracy obrabiarki i ich różnorodności wymiarów długości i szerokości, nie wyczerpano wszystkich wariantów wymiarowych formatek możliwych do zrealizowania w hipotetycznych planach rozkroju tych płyt, które mogą się zdarzyć w przyszłej działalności przedsiębiorstwa. Dobra metoda prognozy wydajności rozkroju musi przewidywać również i taką ewentualność. Zadanie predykcji wydajności rozkroju zestawu formatek o rozkładzie wymiarowym formatek zgodnym z rozkładem normalnym powierzono symulacji metodą Monte Carlo. Algorytm tej symulacji opracowano w środowisku programistycznym Matlab R2022b. Fragment kodu źródłowego programu wykorzystującego metodę Monte Carlo w tym środowisku przedstawiono na Rys. 4. W symulacji generowano 10 tys. wartości wskaźnika jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$  o podstawowych parametrach rozkładu (średnia arytmetyczna, odchylenie standardowe) zgodnych z parametrami uzyskanymi w rozkrojach przemysłowych.



```

1 % Wymiary płyty
2 sheet_length = 2800;
3 sheet_width = 2070;
4
5 % Liczba elementów
6 n = 10000;
7
8 % Zakres wymiarów elementów
9 length_range = [800 2800];
10 width_range = [400 1400];
11
12 % Inicjalizacja tablicy wydajności
13 efficiency = zeros(1, n);
14
15 % Symulacja Monte Carlo
16 for i = 1:n
17     % Losowanie wymiarów elementu
18     length = randi(length_range);
19     width = randi(width_range);
20
21     % Obliczanie wydajności
22     efficiency(i) = (sheet_length * sheet_width) / (length * width);
23 end
24
25 % Wykres histogramu wydajności
26 histogram(efficiency, 50)
27 xlabel('Wydajność')
28 ylabel('Liczba elementów')
29 title('Histogram wydajności rozkroju')

```

**Rys. 4.** Fragment kodu źródłowego w środowisku programistycznym Matlab R2022b dotyczącego symulacji rozkroju płyt z wykorzystaniem metody Monte Carlo

**Fig. 4.** Source code in the Matlab R2022b programming environment for the simulation of panel cutting using the Monte Carlo method

## Wyniki badań i dyskusja

W Tabeli 2 przedstawiono wartości wskaźników wejściowych do matematycznego modelu wydajności zmianowej rozkroju płyt uzyskane w przeprowadzonych badaniach przemysłowych. Wskaźniki efektywności rozkroju dla dwóch przyjętych strategii rozkroju (materiałami i zleceniami) nie różnią się istotnie. Strategia rozkroju realizowanego materiałami (kolejnymi dekorami płyt) wykazywała wyższą wydajność o 59 formatek/zmianę roboczą od strategii realizacji rozkrojów w kolejności zleceń. Był to 5,5% przyrost wydajności.

Wartości średniej jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$  i odchylenia standardowego tego wskaźnika, czyli miar charakteryzujących wielkości formatek uzyskiwanych po piłowaniu były podstawowymi parametrami symulacji w metodzie Monte Carlo. Symulacja miała odpowiedzieć na pytanie o możliwości prognozowania wydajności zmianowej dla różnych zestawów formatek (różnych planów rozkroju) z całego zakresu wymiarowego, który można uzyskać po rozkroju badanych płyt o wymiarach  $2800 \times 2070 \times 18 \text{ mm}^3$ . Zatem w przeprowadzonej symulacji zgodnej z metodą Monte Carlo wartość średnia i odchylenie standardowe wskaźnika jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$  musiały być tożsame, jak te uzyskane w rozkrojach przemysłowych (Tabela 2). Inaczej nie można byłoby mówić o zgodności rozkładów i nie byłoby możliwości zastosowania metody Monte Carlo.

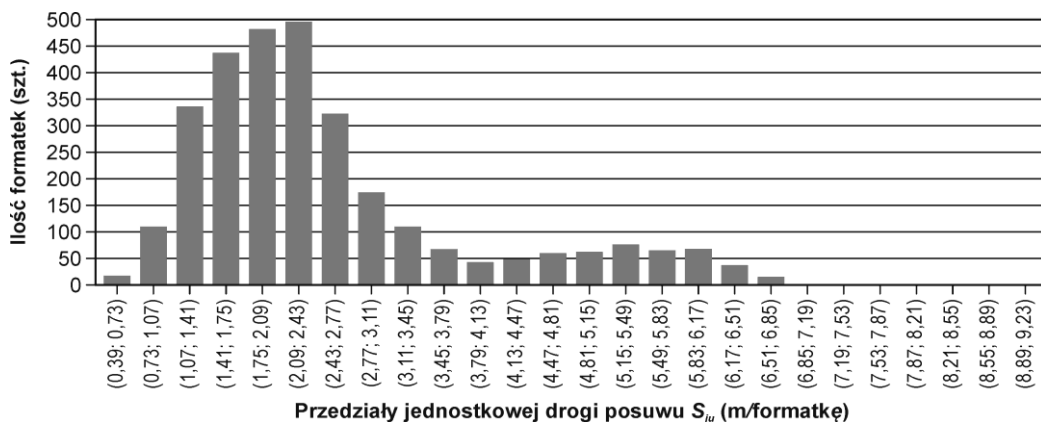


Uzyskane duże wartości średnich błędów prognozowania w metodzie Monte Carlo (ok. 39%) wskazują na to, że rozkład jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$ , czyli wskaźnika związanego z wymiarami formatek i podstawowego parametru w symulowanym modelu nie są zgodne z rozkładem normalnym, a jak wspomniano jest to warunek konieczny do zastosowania tej metody (Sobol 2017).

**Tabela 2.** Wskaźniki modelu wydajności rozkroju płyt oraz błęd predykcji metodą Monte Carlo  
**Table 2.** Panel cutting efficiency model indices and prediction error by the Monte Carlo method

Wskaźniki modelu wydajności zmianowej	Materiałami	Zleceniami
Maksymalna liniowa wydajności rozkroju $Q_l$ [m/min]	39,6	39,6
Wskaźnik efektywności rozkroju $E_r$	0,144	0,137
Średnia jednostkowa droga posuwu $S_{ju}$ [m/formatkę]	2,41	2,41
Odchylenie standardowe $S_{ju}$ [m/formatkę]	1,32	1,32
Wydajność zmianowa [formatek/zmianę]	1137	1078
<b>Średni błąd względny modelu Monte Carlo [%]</b>	<b>38,99</b>	<b>38,96</b>

Celem potwierdzenia przypuszczeń o odmienności rozkładu jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$  od rozkładu normalnego na Rys. 5 przedstawiono histogram tego wskaźnika, uzyskany dla formatek wytworzonych w rozkrojach przemysłowych. Widoczna niezgodność rozkładu wynikająca z wpływu czynników innych niż tylko czynniki losowe, przyczynia się do generowania dużych błędów prognozy. Wiadomo, że ustabilizowany proces produkcyjny powinien podlegać przede wszystkim czynnikom losowym, których nie da się wyeliminować, ale nie powinien ten proces podlegać czynnikom systematycznym, tak jak jest to widoczne w tym przypadku. Badanie normalności rozkładu powinno poprzedzać symulację z wykorzystaniem metody Monte Carlo.



**Rys. 5.** Histogram rozkładu jednostkowej drogi posuwu  $S_{ju}$  uzyskanej podczas rozkrojów przemysłowych  
**Fig. 5.** The bar graph of distribution of the unit feed path  $S_{ju}$  obtained during the industrial cutting

## Podsumowanie i wnioski

Pomimo zgodności podstawowych parametrów (średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego) rozkładu jednostkowej drogi posuwu  $S_{\mu}$  (podstawowego parametru modelu), uzyskanej w rozkrojach przemysłowych (próba kontrolna) oraz w symulacji Monte Carlo, uzyskano 39% średnie błędy dla metody symulacyjnej niezależnie od strategii rozkroju (materiałami, zleceniami) drewnopochodnych płyt meblarskich na pilarce panelowej CNC. Duże wartości błędów były wynikiem odmienności rozkładu jednostkowej drogi posuwu  $S_{\mu}$ , uzyskanego w rozkrojach przemysłowych od rozkładu normalnego, co z definicji narażało zaproponowany model wydajnościowy na generowanie istotnych błędów.

Metoda ta z powodzeniem może być wykorzystywana do prognozowania rozkroju płyt drewnopochodnych na pilarkach panelowych. Warunkiem jej wykorzystania jest ograniczenie wpływu do czynników losowych (nie systematycznych) na rozkład wymiarowy formatek (zbliżony do rozkładu normalnego).

## Literatura

Benardos, P.G., Vosniakos, G.C., 2003. Predicting surface roughness in machining: a review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 43: DOI: 833-844. 10.1016/S0890-6955(03)00059-2

Forsyth, G.E., Malcolm, M.A., Moulter, C.B., 1977. *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

Kahraman, M.F., Bilge, H., Öztürk, S., 2019. Uncertainty analysis of milling parameters using Monte Carlo simulation, the Taguchi optimization method and data-driven modeling. *Materials Testing* 61: 327-336. DOI: 10.3139/120.111344

Metropolis, N., Ulam S., 1949. The Monte Carlo method. *Journal of the American Statistical Association* 44, 247: 335-341

Sobol, I.M., 2017. *Metoda Monte Carlo*. Wydawnictwo Nauka, Moskwa.

Wilkowski, J., Barlak, M., Werner, Z., Zagórski, J., Czarniak, P., Podziewski, P., Szymanowski, K., 2019. Lifetime improvement and the cutting forces in nitrogen-implanted drills during wood-based material machining. *Wood and Fiber Science* 51: 209-220. DOI: 10.22382/wfs-2019-021

Wilkowski, J., Barlak, M., Böttger, R., Werner, Z., Konarski, P., Pisarek, M., Wachowicz, J., Von Borany, J., Auriga A., 2021. Effect of nitrogen ion implantation on the life time of WC-Co tools used in particleboard milling. *Wood Material Science and Engineering* 1-12. DOI: 10.1080/17480272.2021.1900391

---

*Artykuł recenzowany / Reviewed paper*

*Zgłoszony / Submitted: 19.07.2023*

*Opublikowany online / Published online: 24.07.2023*